GV Invest
Short Studies Series

GV INVEST | 21

Hedge Simultâneo de Valor Presente e Valor Futuro

Uma proposta para diminuir a alocação de capital em operações de hedge para carteira bancária em instituições financeiras e carteira de títulos de fundos de pensão.

Novembro de 2018

José Monteiro Varanda Neto*

1. Introdução

Uma das grandes preocupações das empresas modernas - tanto financeiras quanto não financeiras, passando por seguradoras, fundos de pensão e de investimento - é proteger, quando possível e o custo associado permitir, seus balanços de flutuações adversas em taxas de juros, de câmbio e outras variáveis de importante mercado.

Em particular, a exposição a taxas de juros merece especial atenção, uma vez que, em função do método contábil utilizado, a mesma pode levar a variações relevantes nos resultados dessas entidades.

Esse artigo visa sugerir uma estratégia de hedge para exposições pré-fixadas onde se busca proteger simultaneamente tanto o valor futuro de uma exposição pré-fixada (hedge de fluxo de caixa), quanto o valor presente dessa exposição (hedge de valor presente ou hedge de valor justo), um problema enfrentado corriqueiramente por tesourarias de instituições financeiras.

Essa estratégia consiste em um modelo de três equações que utiliza as características do instrumento que se quer proteger e de mais dois contratos futuros de DI de 1 dia transacionados na B3 para, com a utilização de suas respectivas durations e convexidades, determinar a quantidade de contratos que imuniza tanto o valor presente da exposição quanto seu valor futuro.

2. Objetivo

A regulação bancária atualmente em vigor no Brasil define que os títulos e valores mobiliários presentes no balanço de uma instituição financeira estejam contabilizados exclusivamente em três livros:

a) Carteira de Negociação

b) Carteira Bancária

c) Carteira Disponível para Venda

A carteira de negociação contém títulos que podem ser negociados a qualquer momento e, portanto, busca-se lucrar com oscilações de preços favoráveis à valorização dos mesmos. Dela podem fazer parte títulos públicos, derivativos, ações etc.

Dessa forma, o resultado financeiro desse portfólio é calculado com alta frequência (normalmente diária) e, portanto, o hedge utilizado é aquele que protege o valor presente dos instrumentos, com o resultado do mesmo sendo apurado de acordo com a variação do valor justo de realização dos instrumentos financeiros que a compõem.

A carteira bancária contém instrumentos cuja motivação do gestor é mantê-los até o vencimento, de sorte a receber a diferença entre a rentabilidade implícita dos mesmos e o custo de financiamento da instituição. Dela podem fazer partes CDBs, empréstimos, títulos privados etc.

O resultado financeiro da carteira é calculado com a provisão dos resultados financeiros que os instrumentos oferecem, processo chamado de accrual, em inglês, ou contabilidade "na curva" para o mercado local.

Para proteger um instrumento dessa carteira, o indicado é realizar o hedge do fluxo de caixa, ou do valor futuro, pois por definição a mesma apresenta um spread em relação à curva de juros básicos da economia.

A instituição financeira deve ter políticas e procedimentos documentados com o processo de decisão ou operação que a levou a escolher por qualquer um dos livros acima, o que, notadamente, vai estar relacionado ao modelo de negócio da mesma. Se um banco é ativo em crédito, é esperado que a carteira bancária tenha um valor expressivo em relação às demais.

Se um banco tem uma forte atuação em tesouraria, a carteira de negociação por sua vez terá um volume relevante.

A carteira de títulos disponíveis para venda tem tratamento similar à carteira bancária, porém a contabilização do resultado de suas operações se reflete diretamente no patrimônio líquido da instituição financeira, oferecendo a possibilidade de zeragem das posições antes do seu vencimento, com o respectivo reconhecimento do resultado.

Existem situações onde um título que pertence à carteira bancária é liquidado antes do vencimento. Normalmente esses eventos são disparados por solicitação do cliente da instituição, como um resgate de CDB antes do vencimento ou pagamento antecipado de um empréstimo, por exemplo.

Como o hedge para essas situações normalmente é dimensionado para proteger o valor do principal mais juros da exposição (hedge de valor futuro), existe um descasamento no seu valor presente, como será demonstrado adiante.

Outra dimensão do problema aparece quando a instituição avalia seus riscos olhando o problema de maneiras distintas. O conjunto instrumento financeiro (ativo ou passivo) mais seu hedge correspondente, este último dimensionado para eliminar o risco de valor futuro, vai apresentar risco baixo ou nulo se a métrica de risco utilizada for adequada para essa tarefa, como o EaR (Earnings at Risk), CFaR (Cash

Flow at Risk) e a nova definição de IRRBB trazida pela Resolução CMN 4557 e regulamentada pela Circular CMN 3876, por exemplo.

Porém, ao calcular o risco de valor presente dessa exposição utilizando um modelo cujo objetivo é quantificar risco de oscilações do valor presente da exposição, como o VaR (Value at Risk) ou testes de estresse de valor presente, exposições (e o risco oriundo das mesmas) tendem a surgir na mesma operação.

O objetivo do presente artigo é propor um modelo de hedge para um instrumento pré-fixado remunerado a uma taxa de juros equivalente à curva de juros mais um spread de sorte a proteger simultaneamente tanto o valor presente do mesmo quanto o seu valor futuro, garantindo que, não importando o que possa acontecer com a curva de juros (respeitadas as restrições do modelo clássico de imunização de carteiras pela duration), a exposição gerará baixo risco de descasamento em seu valor presente ou valor futuro.

3. Fundamentação Teórica

3.1. Os livros contábeis e seus respectivos controles de risco

A Resolução CMN 4557, que é o principal normativo do Banco Central do Brasil sobre controle de riscos, diz, em seu artigo 28:

"Art. 28. Define-se o IRRBB como o risco, atual ou prospectivo, do impacto de movimentos adversos das taxas de juros no capital e nos resultados da instituição financeira, para os instrumentos classificados na carteira bancária".

O termo IRRBB (*Interest Rate Risk in the Banking Book*) é a sigla em inglês para Risco de Taxas de Juros na Carteira Bancária e o Banco Central do Brasil normatiza no mesmo a diferente abordagem que papéis nessa carteira têm que seguir em relação à carteira de negociação.

Com as definições sobre IRRBB contidas na Resolução 4557 aliadas à regulamentação posterior sobre o assunto, q qual pode ser encontrada na Circular CMN 3876, o Banco Central formalizou que o risco existente nas duas carteiras se materializa de forma distinta e, que, portanto, deve ter controle distinto.

3.2. O *Hedge Accounting*

De uma maneira mais abrangente, o termo *Hedge Accounting* ou "contabilidade de hedge" se refere à metodologia contábil usada por empresas que visam reduzir a oscilação nos resultados ou no patrimônio líquido oriundas de operações de hedge realizadas pelas mesmas.

De acordo com o tipo de negócio, mercados que a empresa acessa e seus custos, a própria natureza da companhia redunda em resultados voláteis (empresas que têm negócios relevantes em moeda estrangeira, por exemplo).

No caso das instituições financeiras, a volatilidade se origina basicamente dos preços, taxas, índices etc. a que suas operações estejam expostas, sejam essas operações da carteira de negociação ou bancária.

A diferenciação, no atual arcabouço normativo existente (o qual busca refletir a forma de atuação da indústria e as melhores práticas disponíveis), será principalmente o objetivo da operação financeira que está sendo realizada (juntamente com seus respectivos hedges, se houver) vis-à-vis as normas contábeis, de controle de risco e de reporte que são utilizadas para evidenciá-las.

Este objetivo tem muitas vezes relação estreita com o tipo de produto ou instrumento negociado, porém generalizações não são imediatas.

Como exemplo de etapas importantes dentro da estratégia do hedge accounting, pode-se citar os incisos I e II do Art. 5º da Circular CMN 3082, abaixo transcritos:

“Art. 5º As operações com instrumentos financeiros derivativos destinadas a "hedge" nos termos dos arts. 3º e 4º devem atender, cumulativamente, às seguintes condições:

I - possuir identificação documental do risco objeto de "hedge", com informação detalhada sobre a operação, destacados o processo de gerenciamento de risco e a metodologia utilizada na avaliação da efetividade do "hedge" desde a concepção da operação;

II - comprovar a efetividade do "hedge" desde a concepção e no decorrer da operação, com indicação de que as variações no valor de mercado ou no fluxo de caixa do instrumento de "hedge" compensam as variações no valor de mercado ou no fluxo de caixa do item objeto de "hedge" num intervalo entre 80% (oitenta por cento) e 125% (cento e vinte e cinco por cento);”

3.3. Uma breve revisão sobre Hedges para Instrumentos Financeiros

Segundo Fabozzi (1997), os métodos mais conhecidos de estratégia de gerenciamento passivo de recursos são a imunização e a carteira dedicada, conhecida como cash-flow matching.

A imunização consiste em realizar aproximações de Taylor para a função que relaciona a variação percentual no preço do título com oscilações na taxa interna de retorno do mesmo e calcular a quantidade de derivativos que tornam o valor da carteira composta pelo instrumento e derivativo invariante a pequenas oscilações da curva de juros. Esse procedimento vai ser detalhado a seguir.

A ferramenta mais utilizada para o cálculo da imunização é a duration modificada, que é a sensibilidade do preço do título ou instrumento financeiro a variações paralelas na curva de juros, a qual é assumida como plana (flat) e representada pela taxa interna de retorno do título.

Assim, a aproximação realizada é:

$$\frac{\sum_{k=1}^{n}\frac{FC_k}{(1+y+(dy))^{\frac{du_k}{252}}}-\sum_{k=1}^{n}\frac{FC_k}{(1+y)^{\frac{du_k}{252}}}}{\sum_{k=1}^{n}\frac{FC_k}{(1+y)^{\frac{du_k}{252}}}} \cong D \quad (1)$$

Onde:

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{FC_k}{(1+y)^{\frac{du_k}{252}}} \quad (2)$$

É uma expressão para o apreçamento geral de instrumentos de renda fixa emitidos no Brasil, onde se contam por convenção 252 dias em um ano.

y: é a taxa interna de retorno calculada para esse título;

k: é a posição de cada fluxo de caixa (pagamento de juros e/ou amortizações) do título;

FC_k: é o valor do fluxo de caixa relativo à posição k;

dy: É a variação em pontos percentuais na taxa interna de retorno para esse título em algum cenário qualquer;

D: é a duration modificada para o título em questão e, que por sua vez será calculada como:

$$D = \frac{1}{P}\frac{dP}{dy} = \frac{-M}{(1+y)} \quad (3)$$

A primeira igualdade é equivalente à equação 1 e representa a definição de duration modificada, como em Securato et al (2003, p.3), “se a taxa interna de retorno do título apresentar uma variação positiva (dy), o valor presente do título diminuirá em (dP). Assim a duration (modificada) demonstra a sensibilidade do valor presente em relação a mudanças da taxa interna de retorno”.

O termo M representa a duration de Macaulay e é distinto do termo D porque estamos modelando o fenômeno com taxas de juros discretas. Se forem usadas taxas contínuas, $D = M$.

O cálculo de M é dado por:

$$M = \frac{\sum_{k=1}^{n} P_k \times \left(\frac{du_k}{252}\right)}{P} \quad (4)$$

A aproximação oferecida pela diferencial de primeira ordem da duration modificada é tanto mais precisa quanto menor for a perturbação na curva de juros.

Para melhorar a aproximação de Taylor de primeira ordem proporcionada pela duration modificada, utiliza-se o conceito de convexidade, C, dada por:

$$C = \frac{1}{P}\frac{d^2P}{dy^2} = \frac{1}{(1+y)^2} \times \sum_{k=1}^{n} \frac{P_k \times \left(\frac{du_k}{252}\right) \times \left(\frac{du_k}{252}+1\right)}{P} \quad (5)$$

Dessa maneira, a aproximação de Taylor de segunda ordem para a variação percentual do preço de um papel (dP) de renda fixa sujeito a uma oscilação (dy), em pontos percentuais, na taxa interna de retorno do mesmo será dada por:

$$\frac{dP}{P} = D \times dy + \frac{1}{2} \times C \times (dy)^2 \quad (6)$$

Ao longo do tempo, com o objetivo de melhorar a efetividade das operações de hedge, algumas hipóteses importantes utilizadas nas técnicas de imunização de carteiras pela duration foram sendo relaxadas pelos pesquisadores.

Fisher e Weil (1971) relaxam a hipótese de curva de juros plana utilizada na modelagem de duration indicada em (3) e introduz rendimentos que variam com o prazo, introduzindo o efeito de curva de juros na modelagem.

Na mesma linha, Khang (1979) derivou uma medida de duration que modela a situação onde as taxas de curto prazo variavam mais que as de longo prazo, relaxando, portanto, a hipótese de deslocamento paralelo da estrutura a termo de taxa de juros.

Litterman e Scheinkman (1991) utilizam análise de componentes principais, respectivamente nível, inclinação e curvatura. Eles mostram que as mesmas são suficientes para modelar grande número de movimentos históricos da estrutura de juros americana, testando situações onde o hedge realizado só com a primeira componente pode expor a estratégia a riscos importantes.

3.4. Hedge de Fluxo de Caixa

Elton e Gruber (1995) salientam que a estratégia de imunização pela duration apresenta maior risco que a estratégia de casamentos de fluxo de caixa, a qual consiste por sua vez em encontrar derivativos ou outros instrumentos que possuam o mesmo fator de risco e vençam em prazos similares.

Esse tipo de imunização tende a apresentar custo mais elevado, uma vez que tais instrumentos podem não estar disponíveis para esses vencimentos.

Além disso, os spreads de crédito/liquidez também têm que ser levados em consideração na execução do hedge, o que se consiste num complicador a mais para a estratégia.

Simplificadamente, um hedge de fluxo de caixa vai casar exatamente o fator de risco e o prazo desejado da operação, daí o termo cash-flow matching, ou casamento de fluxo de caixa.

4. Modelo Proposto para Hedge Simultâneo de Valor Presente e Valor Futuro

4.1. O Problema

O valor futuro acruado de um instrumento pré-fixado que não paga cupons de juros periódicos pode ser modelado por:

$$VF = VP \times (1 + i_{emissão})^{\frac{du}{252}} \quad (7)$$

Onde:

VF: Valor Futuro do instrumento pré-fixado;

VP: Valor Presente ou de emissão do instrumento pré-fixado;

$i_{emissão}$: Taxa de juros de emissão expressa em % a.a.;

du: Prazo do instrumento em dias úteis.

A taxa de emissão por sua vez é composta da taxa básica de juros negociada na B3 acrescida de um spread de crédito/liquidez:

$$(1 + i_{emissão}) = (1 + i_{B3})(1 + s) \quad (8)$$

O hedge de fluxo de caixa para essa operação seria feito com um derivativo que casasse exatamente o valor futuro descrito com utilização de algum derivativo de taxa de juros, como um swap ou um contrato de DI futuro na B3.

Se é feito com swap, o procedimento é o já citado cash flow matching, o qual apresenta um custo junto ao intermediário financeiro que é contraparte da operação. Pode, em função de sua versatilidade (liberdade para definição de prazos e indexadores), ser interessante para empresas não financeiras e fundos de pensão.

No caso de essa exposição ser originada em tesouraria de bancos, o normal é que o hedge seja realizado com contratos futuros de DI na B3, em razão de menores custos, maior tecnologia financeira requerida, entre outros.

Para ilustrar o descasamento que ocorre a valor presente quando se protege o valor de um instrumento, vamos admitir por simplicidade que o mesmo vença na mesma data que o contrato de DI futuro. Nessa situação, teríamos que a quantidade de contratos de DI necessária para realizar o hedge dessa exposição seria dada por:

$$q = \frac{VP}{PU_{DI}} \ (9)$$

Onde:

PU_{DI}: Valor Presente do contrato futuro;

O valor presente combinado do instrumento e seu hedge será dado por:

$$VP_{Instrumento} + VP_{DI} = VP(i_{emissão}) - q \times PU_{DI} \neq 0 \ (10)$$

Ocorre que a taxa de juros do instrumento é distinta daquela do seu hedge e, portanto, o valor presente da equação 10 não é zero se existe um spread no instrumento a ser protegido.

Assim, quando se protege esse valor futuro com contratos de DI, abre-se, portanto, um gap na exposição a valor presente, já que estamos usando duas curvas de juros distintas.

4.2. Modelo Proposto

A ideia então é criar uma metodologia onde o hedge funcione para o valor futuro (onde está o resultado da exposição) e também para o valor presente (onde o risco pode se manifestar, dependendo da carteira onde o instrumento estiver contabilizado).

Vamos criar um sistema de equações que utilize dois contratos futuros de DI com vencimentos próximos e forçar que as duas condições acima sejam atendidas.

a) Para garantir que o fluxo financeiro futuro esteja protegido (simulando uma estratégia de *cash flow matching*), o valor futuro do instrumento tem que ser igual ao valor futuro combinado dos DIs:

$$VF_{Instrumento} - \sum VF_{DI} = 0 \ (11)$$

b) Para garantir que o valor presente do instrumento financeiro (ou portfólio) seja invariante em relação à taxa de juros, utilizamos a condição de imunização:

$$VP_{Instrumento} \times D_{Instrumento} + \sum VP_{DI} \times D_{DI} = 0 \ (12)$$

Onde $D_{Instrumento}$ é a duration modificada do instrumento que se busca hedgear e D_{DI} representa as durations de cada contrato futuro de DI utilizado no procedimento.

Seguindo a linha de raciocínio, para que o portfólio tenha seu valor presente invariante em relação a variações nas TIRs de ativo e passivo, a equação 12 tem que ser atendida.

Assim, para que oscilações de taxas de retorno de baixa intensidade atinjam da mesma forma tanto o ativo como o derivativo que o protege, o valor presente do instrumento multiplicado pela sua duration modificada tem que ser igual à soma do valor presente dos DIs multiplicados por suas respectivas durations modificadas.

c) Para diminuir o risco de modelo oriundo da linearização indicada no item b acima, pode-se utilizar três derivativos e acrescentar o conceito de convexidade:.

$$VP_{Instrumento} \times C_{Instrumento} + \sum VP_{DI} \times C_{DI} = 0 \ (13)$$

Ou seja, o valor presente do instrumento multiplicado pela sua convexidade tem que ser igual à soma do valor presente dos DIs multiplicados por suas respectivas convexidades.

Resolvendo esse sistema de equações, teremos as quantidades de dois (ou três derivativos) que podem ser utilizados para mitigar o risco de taxas de juros tanto em termos de valor futuro como de valor presente.

Como os trabalhos acadêmicos disponíveis já advertem, as aproximações utilizadas na teoria de duration e convexidade, como modelagem com a TIR, deslocamento paralelo da curva de juros etc., levam a cuidados na elaboração do hedge, como escolher derivativos próximos ao vencimento do instrumento a ser protegido, rebalanceamento periódico da carteira etc.

5. Análise dos Resultados

Com o objetivo de testar e documentar o modelo, vamos resolvê-lo para uma situação hipotética.

Modelo 1

Os dados do instrumento pré-fixado estão na tabela abaixo:

Dados Instrumento	
Valor Inicial	1.000.000
Taxa Emissão	12,00%
Taxa B3	10,00%
Spread	1,82%
DU	252

Tabela 1 – Instrumento Pré-Fixado

Os dados dos contratos futuros de DI que serão utilizados para realizar o hedge estão na tabela abaixo:

DIs	
DU1	504
Taxa 1	10,5%
DU2	756
Taxa 2	11,0%

Tabela 2 – Futuros de DI (Modelo 1)

Que geram os seguintes dados de entrada:

Dados de Entrada - Sistema	
PU1	81898,41
PU2	73119,14
D	225,00
D1	456,11
D2	681,08

Tabela 3 – Dados de Entrada (Modelo 1)

Admitindo que o instrumento pré-fixado seja um CDB pré-fixado, o sistema de equações para o Modelo 1 fica, então:

Equações	q1	q2	Resultados
D x P	37354566,64	49800061,65	-225.000.000
VF	90088,24553	80431,05194	-1.120.000

Tabela 4 – Sistema de Equações (Modelo 1)

Onde as variáveis de interesse são as quantidades de contratos de DIs futuros com vencimento em DU_1 e DU_2 dias úteis, respectivamente.

A solução do sistema é Q1=-25,43 e Q2=14,55 contratos de DI futuro.

Abaixo os quadros resumo com cenários de estresse sobre a exposição:

O cenário de número 5 representa o estado corrente da curva de juros para os três vencimentos de interesse do problema.

Cenários	Taxas à Vista na B3			
	B3 252	CDB	DI1	DI2
1	7,50%	9,45%	8,00%	8,50%
2	8,00%	9,96%	8,50%	9,00%
3	8,50%	10,47%	9,00%	9,50%
4	9,00%	10,98%	9,50%	10,00%
5	9,5%	11,49%	10,00%	10,50%
6	10,00%	12,00%	10,50%	11,00%
7	10,50%	12,51%	11,00%	11,50%
8	11,00%	13,02%	11,50%	12,00%
9	11,50%	13,53%	12,00%	12,50%
10	12,00%	14,04%	12,50%	13,00%
11	12,50%	14,55%	13,00%	13,50%

Tabela 5 – Cenários de Estresse (Modelo 1)

Cenários	Valor Presente			
	CDB	DI1	DI2	Exposição
1	1.023.256	-2.179.838	1.139.402	-17.180
2	1.018.519	-2.159.794	1.123.794	-17.481
3	1.013.825	-2.140.024	1.108.470	-17.729
4	1.009.174	-2.120.525	1.093.423	-17.928
5	1.004.566	-2.101.292	1.078.647	-18.078
6	1.000.000	-2.082.319	1.064.137	-18.182
7	995.475	-2.063.601	1.049.885	-18.241
8	990.991	-2.045.135	1.035.887	-18.257
9	986.547	-2.026.916	1.022.136	-18.232
10	982.143	-2.008.939	1.008.628	-18.168
11	977.778	-1.991.200	995.357	-18.065

Tabela 6 – Valor Presente Instrumento + Hedge (Modelo 1)

A tabela 7 a seguir contém os valores de todos os instrumentos se forem aplicadas as taxas de juros correspondentes a cada um dos cenários para cada um dos instrumentos utilizados. Os choques atribuídos são, em grande medida, paralelos.

Cenários	Variação Resultado MaM				
	CDB	DI1	DI2	Total	Total (%)
1	23.256	-97.519	75.266	1.002	0,10%
2	18.519	-77.475	59.658	701	0,07%
3	13.825	-57.706	44.333	452	0,04%
4	9.174	-38.207	29.287	254	0,03%
5	4.566	-18.973	14.511	104	0,01%
6	0	0	0	0	0,00%
7	-4.525	18.717	-14.252	-59	-0,01%
8	-9.009	37.184	-28.250	-75	-0,01%
9	-13.453	55.403	-42.000	-50	-0,01%
10	-17.857	73.380	-55.509	14	0,00%
11	-22.222	91.119	-68.780	117	0,01%

Tabela 7 – Variação MaM (Modelo 1)

A tabela 8 mostra o valor futuro do instrumento mais os derivativos na situação em que as taxas até o vencimento fossem as indicadas no cenário correspondente. Quanto menor a diferença

Cenários	Valor Futuro e Resultado Acruado				
	CDB	DI1	DI2	Total	Total (%)
1	1.120.000	-2.343.326	1.224.858	1.532	0,14%
2	1.120.000	-2.332.577	1.213.698	1.121	0,10%
3	1.120.000	-2.321.926	1.202.690	764	0,07%
4	1.120.000	-2.311.373	1.191.831	459	0,04%
5	1.120.000	-2.300.914	1.181.119	205	0,02%
6	1.120.000	-2.290.550	1.170.550	0	0,00%
7	1.120.000	-2.280.279	1.160.123	-156	-0,01%
8	1.120.000	-2.270.100	1.149.834	-266	-0,02%
9	1.120.000	-2.260.011	1.139.682	-329	-0,03%
10	1.120.000	-2.250.011	1.129.663	-348	-0,03%
11	1.120.000	-2.240.100	1.119.776	-323	-0,03%

Tabela 8 – Valor Futuro e Resultado Acruado (Modelo 1)

É possível observar que tanto a exposição a valor presente como o resultado futuro estão bem protegidos, pois em vários cenários alternativos a carteira apresenta um resultado não esperado de baixo valor.

Isso acontece porque estamos assumindo no cenário de estresse deslocamentos paralelos da curva de juros.

Modelo 2

Para diminuir o erro causado pela linearização (aproximação de Taylor de primeira ordem) quando da imunização do instrumento pela duration, podemos resolver o modelo 2 acima, que acrescenta um terceiro contrato futuro de DI.

A tabela abaixo acrescenta um derivativo no cálculo em questão:

DIs	
DU1	504
Taxa 1	10,5%
DU2	756
Taxa 2	11,0%
DU3	1008
Taxa 3	12,0%

Tabela 9 – Futuros de DI (Modelo 2)

Que geram a tabela a seguir:

Dados de Entrada - Sistema	
PU1	81898,41
PU2	73119,14
PU3	63551,81
D	225,00
D1	456,11
D2	681,08
D3	900,00
C	200,89
C1	412,77
C2	613,59
C3	803,57

Tabela 10 – Dados de Entrada (Modelo 2)

O sistema de equações com o acréscimo da convexidade ficará:

Equações	q1	q2	q3	Resultados
D x P	37354566,64	49800061,65	57196627,06	-225.000.000
VF	90088,24553	80431,05194	69906,98862	-1.120.000
C x P	33805037,68	44864920,4	51068417,01	-200.892.857

Tabela 11 – Sistema de Equações (Modelo 2)

Que resolvido gera Q1=-37,86, Q2=42,79 e Q3=-16,46.

A inclusão da convexidade e, por extensão, de outro derivativo vai melhorar a aproximação de Taylor com a inclusão do termo de segunda ordem, como pode ser visto nos quadros resumo a seguir:

Cenários	Taxas à Vista				
	B3 252	CDB	DI1	DI2	DI3
1	7,50%	9,45%	8,00%	8,50%	9,50%
2	8,00%	9,96%	8,50%	9,00%	10,00%
3	8,50%	10,47%	9,00%	9,50%	10,50%
4	9,00%	10,98%	9,50%	10,00%	11,00%
5	9,5%	11,49%	10,00%	10,50%	11,50%
6	10,00%	12,00%	10,50%	11,00%	12,00%
7	10,50%	12,51%	11,00%	11,50%	12,50%
8	11,00%	13,02%	11,50%	12,00%	13,00%
9	11,50%	13,53%	12,00%	12,50%	13,50%
10	12,00%	14,04%	12,50%	13,00%	14,00%
11	12,50%	14,55%	13,00%	13,50%	14,50%

Tabela 12 – Cenários de Estresse (Modelo 2)

Cenários	Valor Presente				
	CDB	DI1	DI2	DI3	DI1+DI2+DI3
1	1.023.256	-3.245.670	3.349.874	-1.145.179	-1.040.975
2	1.018.519	-3.215.825	3.303.986	-1.124.499	-1.036.338
3	1.013.825	-3.186.390	3.258.932	-1.104.284	-1.031.742
4	1.009.174	-3.157.357	3.214.694	-1.084.521	-1.027.184
5	1.004.566	-3.128.719	3.171.252	-1.065.198	-1.022.664
6	1.000.000	-3.100.468	3.128.590	-1.046.304	-1.018.182
7	995.475	-3.072.599	3.086.690	-1.027.827	-1.013.735
8	990.991	-3.045.104	3.045.535	-1.009.755	-1.009.324
9	986.547	-3.017.976	3.005.108	-992.079	-1.004.948
10	982.143	-2.991.209	2.965.393	-974.789	-1.000.605
11	977.778	-2.964.797	2.926.376	-957.873	-996.295

Tabela 13 – Valor Presente Instrumento + Hedge (Modelo 2)

Cenários	Variação Resultado MaM				
	CDB	DI1	DI2	DI3	Total
1	23.256	-145.202	221.283	-98.875	462
2	18.519	-115.356	175.395	-78.195	362
3	13.825	-85.921	130.342	-57.980	265
4	9.174	-56.888	86.103	-38.217	172
5	4.566	-28.250	42.662	-18.894	84
6	0	0	0	0	0
7	-4.525	27.869	-41.900	18.477	-79
8	-9.009	55.364	-83.056	36.549	-152
9	-13.453	82.492	-123.482	54.224	-219
10	-17.857	109.259	-163.197	71.515	-280
11	-22.222	135.671	-202.215	88.431	-335

Tabela 14 – Variação MaM (Modelo 2)

Cenários	Valor Futuro e Resultado Acruado					
	CDB	DI1	DI2	DI3	Total	Total (%)
1	1.120.000	-3.489.095	3.601.114	-1.231.068	951	0,08%
2	1.120.000	-3.473.091	3.568.305	-1.214.459	754	0,07%
3	1.120.000	-3.457.233	3.535.941	-1.198.148	560	0,05%
4	1.120.000	-3.441.519	3.504.016	-1.182.128	369	0,03%
5	1.120.000	-3.425.947	3.472.521	-1.166.392	183	0,02%
6	1.120.000	-3.410.515	3.441.449	-1.150.934	0	0,00%
7	1.120.000	-3.395.222	3.410.793	-1.135.748	-178	-0,02%
8	1.120.000	-3.380.065	3.380.544	-1.120.828	-350	-0,03%
9	1.120.000	-3.365.044	3.350.695	-1.106.169	-517	-0,05%
10	1.120.000	-3.350.155	3.321.241	-1.091.763	-677	-0,06%
11	1.120.000	-3.335.397	3.292.173	-1.077.607	-831	-0,07%

Tabela 15 – Valor Futuro e Resultado Acruado (Modelo 2)

6. Conclusão

O modelo ou estratégia de hedge proposta parece funcionar satisfatoriamente, uma vez que as divergências apresentadas em relação ao objetivo inicial são pequenas, quando se consideram deslocamentos paralelos da curva de juros.

A literatura tem ampla gama de modelos de hedge de carteiras que incluem variações não paralelas (torções e rotações) da curva de juros e o mesmo exercício pode ser replicado para modelos que levem essa característica em consideração, ao custo de maior complexidade na modelagem, porém com o benefício de menor risco de base no procedimento de imunização, uma vez que todas os movimentos estão previstos no mesmo.

A vantagem do uso da clássica dupla duration-convexidade é a relativa simplicidade em sua modelagem e seu caráter determinístico, uma vez que os modelos que buscam considerar os movimentos diferenciados da curva de juros farão fatalmente uso de tratamento estatístico em sua concepção, bem como os modelos que usam medidas de risco de portfólio, como VaR e assemelhados.

O tema segue sendo muito relevante, dada a importância que o regulador local (e os seus pares ao redor do mundo) dedicam ao tema, com o advento da Circular CMN 3876, que rege a alocação de capital para operações da carteira comercial.

Se o hedge de um ou instrumento ou portfólio presente na carteira bancária for realizado da forma indicada no presente artigo, a alocação de capital tanto na forma de valor presente (ΔEVE) quanto na forma de renda futura (ΔNII) terão valores pequenos para o mesmo instrumento.

Atenção especial deve ser dada aos procedimentos de rebalanceamento constante da carteira, liquidez dos derivativos utilizados na estratégia e cuidado para que os mesmos estejam o mais próximo possível do vencimento (ou no caso de um portfólio, da duration de Macaulay) do instrumento ou portfólio que se busca proteger, sob o risco de perdas oriundas de deslocamentos não paralelos da estrutura a termo de taxas de juros na vizinhança desses vencimentos.

Sob esse ponto de vista, futuros trabalhos que executem o mesmo tipo de imunização, porém levando em conta tanto níveis quanto deslocamentos distintos da curva de juros podem contribuir com a indústria financeira, ao diminuir a alocação de capital em carteiras comerciais.

7. Referências

BARBER, J. R., COOPER, M. L., 1996. **Immunization using principal component analysis.** Journal of Portfolio Management 23, 99-105.

BIERWAG, G. O., 1977. **Immunization, Duration, and the Term Structure of Interest Rates**. The Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 12, No. 5. (Dec), 725-742.

BRAVO, J. M. V., SILVA, C. M. P., 2005**. Immunization using a parametric model of the Term Structure**. Working paper, Número 2005/19. Universidade de Évora.

CHAMBERS, D. R., CARLETON, W. T., McENALLY, R. M., 1988. **Immunizing Default-Free bond portfolios with a Duration Vector.** Journal of Financial and Quantitative Analysis 23, 89-104.

COOPER, I. A., 1977. **Asset Values, Interest Rate Changes and Duration**. Journal of Financial and Quantitative Analysis 12, 701-723.

D'ECCLESIA, R. L., ZENIOS, S. A., 1994. **Risk Factor Analysis and Portfolio Immunization in the Italian Bond Market**. Journal of Fixed Income 4 (2), 51-58.

DUARTE, A.M, Jr., MENDES, B.V.M. **Robust Hedging Using Futures Contracts with an Application to Emerging Markets**. The Journal of Derivatives, vol.6, no.1, p. 75-95, 1998.

ELTON, E.J., GRUBER, M.J., **Modern portfolio theory and investment analysis**, 5th ed.: Wiley, 1995.

FABOZZI, F.J. **The Handbook of Fixed Income Securities**. 5th ed.: McGraw-Hill, 1997.

FISHER, L.; WEIL, R. L. **Coping with the risk of market rate fluctuations: Returns to Bondholders from Naive and Optimal Strategies**. Journal of Business (1971), pp. 408-431.

GOLUB, B. W., TILMAN, L. M., 1997. **Measuring Yield Curve Risk using Principal Component Analysis, Value at Risk and Key Rate Durations**. Journal of Portfolio Management, 23 (4), 72-84.

KHANG, C., 1979. **Bond Immunization When Short-Term Interest Rates Fluctuate More than Long-Term Rates**. The Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 14, No. 5. (Dec), 1085-1090.

LITTERMAN, R.; SCHEINKMAN, J. **Common factors affecting bond returns**. Journal of Fixed Income, v. 1, p. 54-61, 1991.

MACHADO, S.J. **Gestão de Risco de taxa de juros em entidades de previdência complementar: limites e possibilidades de imunização**. Tese de Doutorado em Administração– PUC-RJ, 2006.

SECURATO, J.R., LANZANA, A., MÁLAGA, F.K., **Gerenciando o risco da Curva de Juros através de um Modelo de Hedge de Dois Fatores – Aplicação para a Realidade Brasileira**. III Encontro Brasileiro de Finanças, v.3, São Paulo. 2003.

SOTO, G. M. **Duration Models and IRR Management: A question of dimensions?** Journal of Banking and Finance, 28 (2004), pp.1089-1110.

VARGA, G.; VALLI, M. **Movimentos da estrutura a termo da taxa de juros brasileira e imunização**, Economia Aplicada, v.5, 2001.

WILLNER, R., 1996. **A New Tool for Portfolio Managers: Level, Slope and Curvature Durations**. The Journal of Fixed Income, June, 48-59.

Z., Shores, M. R., 1988. **Duration Measures for Specific Term Structure Estimations and Applications to Bond Portfolio Management**. Journal of Banking & Finance

***José Monteiro Varanda Neto é doutorando em Economia e Finanças Aplicadas pela FGV/EESP.**